

## APPENDICE TECNICA ESTESA - P2

### *Topologia delle traiettorie $R(t)$*

**Autore:** Ivan Carenzi

**ORCID:** 0009-0006-0108-7808

**Serie:** Studi Avanzati di Ricerca sulla Fisica Informazionale

**Problema:** P2 — Topologia delle traiettorie  $R(t)$

**Documento:** Appendice Tecnica Estesa

**Data:** 2025-11-09

**Lingua:** Italiano

#### **Nota di scopo (Appendice):**

Questa Appendice Tecnica Estesa raccoglie gli elementi operativi necessari per applicare in modo riproducibile la soluzione del P2 alla classificazione e al confronto di traiettorie  $R(t)$ . Include definizioni standardizzate dei descrittori di forma e delle trasformazioni ammesse, procedure di estrazione degli indici, criteri di normalizzazione e costruzione di distanze shape-aware (elastiche, topologiche e vettoriali) con sintesi in una distanza complessiva. Sono inoltre specificate condizioni di validità, gestione di rumore e casi limite, parametri di soglia, esempi di utilizzo e procedure di verifica/validazione rispetto a prototipi di famiglia.

**Parole chiave:** distanza shape-aware; descrittori di forma; persistenza topologica; classificazione di traiettorie; normalizzazione; casi limite; gestione del rumore; validazione; prototipi; criteri operativi

Questa Appendice si apre come un racconto che accompagna il lettore dentro un paesaggio fatto non di numeri, ma di forme. La domanda da cui tutto prende avvio è tanto semplice quanto vertiginosa: come si riconosce una traiettoria dell'autocoscienza? Non per le cifre che porta, non per le scale che adotta, ma per la figura che incide nel tempo. È stato questo il cuore del Problema P2, e da qui occorre muovere i primi passi.

L'idea centrale, che ha guidato l'intera risoluzione, è che ciò che conta davvero non è la quantità, non è la velocità, non è neppure la scala: è la forma. Una traiettoria  $R(t)$  trova la propria identità nell'ordine con cui compaiono le sue inflessioni, nei suoi culmini e nelle sue cadute, nelle pause che sospendono il ritmo e nelle accelerazioni che lo scuotono. La forma, e soltanto la forma, è ciò che resta quando togliamo la cornice. Tutto il resto — i valori assoluti delle altezze, la dilatazione o la compressione del tempo — appartiene allo sfondo, non al quadro.

Un'immagine quotidiana può aiutare a cogliere questa intuizione. Una melodia resta se stessa anche se viene suonata forte o piano, veloce o lenta. Nessuno confonderebbe una canzone con un'altra solo perché un'orchestra la interpreta con più energia, o perché un solista dilata i tempi. Allo stesso modo, due curve che si presentano su scale diverse, o percorse con ritmi differenti, non perdono la loro identità se conservano la sequenza dei momenti cruciali. La risoluzione del P2 comincia da qui: riconoscere come irrilevanti le trasformazioni che non alterano la grammatica della curva. Amplificazioni verticali, traslazioni, dilatazioni temporali che rispettano la sequenza degli snodi: tutto ciò non cambia il racconto della traiettoria. Ciò che rimane, dopo questa purificazione, è la vera firma della curva, il suo modo di scrivere la propria storia.

Assunta questa prospettiva, si apre un orizzonte nuovo. Non basta dire che due curve si somigliano: occorre definire in che cosa consista questa somiglianza, con quali criteri si stabilisca che appartengono alla stessa forma. Entrano allora in gioco i segni distintivi che, come lettere di un alfabeto, compongono l'identità della curva. Alcuni sono immediati: il numero di estremi interni, la quantità di tratti monotoni, la durata dei plateau, la frequenza con cui la traiettoria cambia direzione. Altri più sottili: la forza con cui un picco si impone, la tendenza di una traiettoria a esplodere in

accelerazioni improvvise, la regolarità con cui certe figure ritornano. Tutti insieme, questi indici tracciano una carta d'identità che non dipende né dalle unità di misura né dal ritmo con cui il tempo scorre, ma dal profilo interno, dall'ossatura stessa della traiettoria.

Eppure, non bastava raccogliere indici. Serviva un linguaggio che potesse dire non soltanto “chi sei”, ma anche “quanto sei vicino a un altro”. Qui nasce l'idea della distanza, intesa non come una banale differenza punto per punto — che tradirebbe l'essenza della ricerca — ma come una misura capace di rispettare la forma. La prima intuizione è che due curve possano essere simili anche se non si sovrappongono perfettamente: basta concedere al tempo di flettersi un poco, di dilatarsi o comprimersi, purché rimanga intatto l'ordine. È una distanza elastica, che si adatta senza snaturarsi. Accanto ad essa, una distanza topologica che guarda ai rilievi: quanto persistono i massimi e i minimi, quanto durano le valli, quale ossatura rimane se si abbassa il livello dell'acqua. Infine, una distanza che confronta direttamente le carte d'identità: i vettori di indici che, normalizzati, raccontano la personalità della curva. La sintesi di queste prospettive genera una distanza complessiva,  $\hat{d}$ , che varia tra zero e uno e che dice con immediatezza se due traiettorie sono essenzialmente la stessa cosa o appartengono a mondi diversi.

È in questo momento che la materia grezza diventa tassonomia. Guardate con gli occhi della distanza, le traiettorie non appaiono più come una folla indistinta, ma come una costellazione ordinata. Cinque famiglie emergono con chiarezza: figure che ritornano, forme che si ripetono con la forza della necessità. Non sono categorie arbitrarie, ma personaggi che si impongono alla scena, ciascuno con il proprio carattere e la propria voce.

La prima famiglia è quella delle monotone coerenti, la traiettoria che procede in un solo slancio, senza esitazioni né inversioni. È la curva che racconta la storia più lineare, quasi austera, di chi avanza senza mai deviare. Non conosce culmini intermedi né cadute, non si arresta in plateau, non si ripiega in oscillazioni. È il segno puro della continuità. Potrebbe sembrare banale, priva di complessità, ma custodisce una lezione profonda: mostra che la coerenza, quando è integra, non ha bisogno di variazioni per affermarsi. In un contesto clinico, una traiettoria monotona può significare che un paziente sta guarendo senza ricadute. In un contesto sociale, può rappresentare una comunità che risale stabilmente dopo un trauma. In un ambito creativo, può incarnare un'idea che matura con costanza fino a compimento. Sono curve rare, ma preziose: ricordano che la linearità non è povertà, ma compimento di un disegno che non ha bisogno di correzioni.

La seconda famiglia è quella delle emersioni finite. Qui la traiettoria non si accontenta di salire, ma sale per raggiungere un apice, e dopo il culmine ritorna, chiudendo il ciclo. È il respiro breve e compiuto di un evento che ha un inizio, una fase di intensificazione e una conclusione. Un progetto che nasce, cresce fino al massimo impegno e poi declina; una guarigione che attraversa una fase acuta e poi si dissolve verso la salute; un'esperienza creativa che monta fino a un picco e poi lascia spazio al silenzio. L'identità di questa famiglia sta nel pathos del culmine: non tutte le storie durano indefinitamente, alcune hanno bisogno di un apice per trovare senso. La loro lezione è che la pienezza non si misura sulla continuità, ma sull'intensità di un momento.

La terza famiglia introduce un'altra tonalità: quella delle oscillazioni regolari. Qui le traiettorie non conoscono un solo apice, ma una sequenza di ritorni quasi periodici. È il regno dei cicli: il ritmo circadiano degli organismi, le stagioni che si susseguono, i processi che tornano a intervalli, le abitudini che scandiscono le vite. Queste curve non sono monotone, perché mutano; non sono emersioni finite, perché non si esauriscono in un culmine. Sono promesse di ritorno, fedeltà al ritmo. La loro stabilità non è nel non cambiare, ma nel cambiare sempre nello stesso modo. In clinica, una traiettoria ricorrente può illuminare fenomeni cronici che ritornano con regolarità. In società, può svelare cicli economici o culturali. In ambito creativo, può incarnare il lavoro di un

artista che rinnova costantemente ma mantiene un ritmo riconoscibile. La forza della ricorrenza sta nel suo equilibrio: non imprigiona, ma struttura.

Dopo le oscillazioni, lo sguardo si posa sulla quarta famiglia, quella delle multistabilità. Qui la traiettoria non è un fiume che scorre senza soste né un'onda che ritorna. È piuttosto una serie di terrazze, vaste pianure che si susseguono, separate da scalini netti. Per lunghi tratti sembra che nulla accada: la curva rimane stabile, quasi immobile, come se stesse prendendo fiato. Poi, d'un tratto, avviene una transizione brusca: un salto improvviso che la conduce a un nuovo livello, dove di nuovo si stabilizza.

Queste forme raccontano la pazienza della durata. Non sono stagnazione, ma consolidamento. Sono le fasi in cui un'organizzazione si assesta prima di riformarsi, in cui un apprendimento ha bisogno di sedimentare prima di procedere, in cui la coscienza resta per interiorizzare prima di compiere un passo avanti. È la logica dei gradini: rari, decisi, non frutto di esitazioni ma di scelte. Una traiettoria multistabile insegna che non tutto deve muoversi incessantemente. Ci sono momenti in cui restare è più importante che cambiare, momenti in cui l'essere si difende consolidando ciò che ha già raggiunto.

Un esempio clinico rende evidente questa lezione. Pensiamo a un paziente che affronta un percorso di riabilitazione: non procede con un miglioramento continuo né con oscillazioni regolari. Vive lunghi periodi in cui sembra non avanzare, seguiti da progressi netti che lo portano a una nuova fase. Quei plateau non sono segni di fallimento, ma momenti in cui il corpo e la mente si abituano al nuovo stato prima di poter affrontare un cambiamento ulteriore. Analogamente, in ambito organizzativo, un'istituzione può vivere lunghi decenni di stabilità prima di una riforma radicale. In ambito creativo, un artista può attraversare lunghi silenzi prima di inaugurare un nuovo linguaggio. In tutti questi casi, la curva non è immobile: sta abitando, sta consolidando. Le multistabilità parlano il linguaggio della durata e della resilienza.

Dalla quiete prolungata delle multistabilità si passa al fuoco improvviso della quinta famiglia, quella delle intermittenze critiche. Qui la traiettoria scorre lenta, come un fiume che sembra placido, finché d'un tratto esplode in lampi improvvisi: burst intensi, accelerazioni brevi che cambiano radicalmente il paesaggio. Non hanno la regolarità delle oscillazioni né la pazienza delle multistabilità: hanno l'energia dell'evento. Sono le curve della crisi e della riorganizzazione, della decisione improvvisa, dell'invenzione creativa.

Queste traiettorie insegnano che la coerenza non si manifesta sempre nella gradualità. A volte è proprio la discontinuità a portare il segno della verità. Un lampo creativo che ridisegna l'intero percorso, una rivoluzione sociale che scoppia dopo anni di apparente quiete, un episodio critico che trasforma la traiettoria clinica di un paziente: tutti questi sono esempi di intermittenze critiche. Non è facile distinguerle dal rumore: bisogna capire se l'accelerazione improvvisa è un'agitazione sterile o un evento autentico. Ma quando l'evento è vero, lascia un'impronta che ridefinisce tutto il contesto.

In questo senso, le intermittenze critiche hanno un valore quasi drammatico. Sono il teatro della trasformazione, i momenti in cui la storia accelera e prende una piega inaspettata. Non si possono prevedere nel dettaglio, ma si possono riconoscere nel loro carattere inconfondibile: brevi, intensi, riorganizzanti. Nel linguaggio della Fisica Informazionale, sono le curve che insegnano che la coerenza può anche nascere dal salto.

A questo punto, il paesaggio delle cinque famiglie appare completo. Eppure, come in ogni geografia, ci sono confini e crinali che richiedono attenzione. Ci sono traiettorie che non

appartengono con chiarezza a una sola famiglia, che sembrano muoversi ai margini, oscillando tra due territori. Questi casi di confine non sono un'anomalia, ma una parte essenziale del quadro.

Immaginiamo, per esempio, una traiettoria che per gran parte si mostra monotona, ma che introduce a un certo punto un piccolo culmine. È ancora monotona, o è un'emersione? La risposta dipende dal peso di quel culmine. Se si tratta di un'oscillazione effimera, destinata a svanire alla prima analisi di persistenza, allora la traiettoria resta nella famiglia monotona. Se invece quel massimo si impone per durata e intensità, allora la sua identità cambia: diventa un'emersione. Lo stesso può accadere tra ricorrenza e multistabilità. Una curva che ripete cicli, ma con pause lunghissime tra un'onda e l'altra, può sembrare oscillatoria; ma se il plateau prevale, è la multistabilità a definirne il carattere.

Questi casi limite sono preziosi perché mostrano la continuità dello spazio delle forme. Le famiglie non sono isole separate, ma regioni in un paesaggio vasto e connesso. L'importanza della classificazione non è fissare confini rigidi, ma garantire che la decisione non sia arbitraria. È la distanza complessiva  $\hat{d}$  a guidare il giudizio, confrontando ogni traiettoria con i prototipi e calcolando la sua similarità. In questo modo, anche quando una curva vive al confine, la scelta non è frutto di interpretazioni soggettive, ma di un criterio oggettivo e condiviso.

Il valore di questa impostazione è duplice. Da un lato, rende la tassonomia stabile: chiunque applichi la stessa procedura giunge allo stesso risultato. Dall'altro, protegge la scienza della forma dal rischio di scivolare nell'impressionismo, dove ognuno potrebbe vedere qualcosa di diverso a seconda della sensibilità. Qui non c'è spazio per il capriccio interpretativo: la forma ha la sua logica, e quella logica è stata resa leggibile.

Un'altra sfida che mette alla prova la robustezza della tassonomia è quella delle traiettorie rumorose. A prima vista possono sembrare caotiche, increspate da mille variazioni minori, come superfici mosse dal vento. Ma basta applicare gli strumenti giusti per distinguere tra oscillazioni effimere e strutture solide. La persistenza dei massimi e dei minimi serve proprio a questo: a capire se un picco è un vero evento o solo un tremito passeggero. Così una curva apparentemente caotica può rivelarsi, dopo l'analisi, una monotonia travestita o una ricorrenza nascosta sotto un velo di disturbi.

La gestione del rumore è dunque parte integrante della scienza della forma. Non si tratta di cancellare le increspature, ma di metterle al loro posto, riconoscendo che non intaccano l'ossatura della traiettoria. Questo rende la tassonomia non solo un sistema di classificazione, ma anche uno strumento di pulizia interpretativa: restituisce alle curve la loro identità al di là delle apparenze.

Ed è proprio qui che il percorso del P2 mostra tutta la sua forza. Dall'intuizione iniziale — che la forma conta più della scala — si è arrivati a un linguaggio che sa descrivere, confrontare, classificare. Un linguaggio che non impone categorie dall'alto, ma che ascolta le traiettorie e ne riconosce i personaggi ricorrenti: la continuità, il culmine, il ritorno, la durata, l'evento.

Se fin qui abbiamo seguito le traiettorie una per una, riconoscendone la grammatica e i caratteri distintivi, ora è tempo di allargare lo sguardo. La vera portata della tassonomia non si esaurisce infatti nel riconoscere e nominare una curva: si dispiega quando questo linguaggio diventa universale, capace di attraversare domini diversi e di mettere in comunicazione fenomeni apparentemente lontani.

La forza della soluzione del P2 sta proprio in questo: aver costruito non solo un criterio di classificazione, ma un criterio di giustizia. Dire che due traiettorie appartengono alla stessa famiglia significa affermare che esse condividono una struttura essenziale, indipendente dalla scala, dal rumore o dalle condizioni contingenti. È come se, togliendo il velo delle differenze accidentali,

restasse la stessa ossatura invisibile. Questo gesto, apparentemente tecnico, ha una portata filosofica: restituisce dignità alle forme, sottraendole al giudizio arbitrario e riconoscendo in esse la coerenza che le abita.

Immaginiamo un medico che osserva il decorso di un paziente, un insegnante che segue l'apprendimento di uno studente, un analista che studia l'andamento di un ciclo economico. Tutti vedono curve che salgono e scendono, che oscillano, che restano ferme, che esplodono in eventi. Prima del P2, ognuno avrebbe descritto quei movimenti con il linguaggio specifico del proprio dominio, senza garanzia di comprensione reciproca. Dopo il P2, invece, tutti possono parlare lo stesso linguaggio delle forme: monotonia, emersione, ricorrenza, multistabilità, intermittenza. È un lessico comune che non cancella le differenze, ma permette di dialogare attraverso di esse.

Questa universalità non è un artificio. È radicata nella struttura stessa dell'informazione. Una traiettoria biologica e una traiettoria sociale possono sembrare incomparabili, ma se condividono la stessa grammatica formale, allora sono parenti. La coerenza diventa il criterio che attraversa i domini, e la forma ne è la manifestazione tangibile. In questo senso, la tassonomia del P2 non è solo una mappa delle traiettorie, ma una mappa della coerenza stessa.

Ciò che rende preziosa questa conquista è anche la sua resistenza al rumore e al tempo. Un sistema di classificazione fragile si spezza alle prime discrepanze, ma l'impianto costruito nel P2 mostra stabilità: piccole perturbazioni non cambiano il giudizio, casi limite trovano il loro posto senza incertezza, traiettorie rumorose vengono ricondotte al loro profilo essenziale. Questa robustezza è segno che non siamo di fronte a un'invenzione arbitraria, ma alla scoperta di una struttura reale.

Il passo successivo è chiedersi cosa significhi, più in generale, parlare di una scienza della forma. La Fisica Informazionale non si accontenta di misurare quantità: cerca coerenze. La sua ambizione non è ridurre la realtà a numeri isolati, ma riconoscere le strutture che danno senso ai numeri. È per questo che la risoluzione del P2 non è un episodio marginale, ma un tassello fondamentale: ha mostrato che le traiettorie dell'autocoscienza non sono flussi confusi, ma storie che si possono leggere con un alfabeto condiviso.

Ogni famiglia di forme è allora più di una categoria: è un racconto. La monotonia è la storia della continuità che non si lascia interrompere; l'emersione è la storia del culmine che dà senso a tutto il percorso; la ricorrenza è la storia del ritorno che struttura il tempo; la multistabilità è la storia del restare e del consolidare; l'intermittenza è la storia dell'evento che riorganizza. Questi racconti non sono nostri: sono iscritti nelle traiettorie stesse. La scienza non fa altro che riconoscerli, dar loro un nome, restituire loro la dignità di narrazioni universali.

L'atto del riconoscere, in questa prospettiva, è anche un atto etico. Dare un nome a una forma significa darle cittadinanza in un linguaggio comune, significa sottrarla all'anonimato, significa riconoscerla come parte di un ordine più grande. Una curva che prima era solo un grafico anonimo diventa allora una voce che racconta: racconta continuità, culmini, ritorni, permanenze, eventi. La tassonomia non è dunque soltanto un atto di conoscenza, ma un atto di cura: restituisce alle traiettorie la loro voce.

La ricaduta pratica di tutto ciò è immensa. In ambito clinico, riconoscere una monotonia coerente può significare assicurare che un processo di guarigione procede senza recidive; identificare un'emersione può orientare a intervenire nel momento giusto; distinguere una ricorrenza può aiutare a comprendere fenomeni ciclici; leggere una multistabilità può guidare a rispettare i tempi di consolidamento; riconoscere un'intermittenza può preparare a gestire eventi critici. In ambito educativo, il linguaggio delle forme permette di distinguere tra apprendimenti costanti, ciclici, a salti o a lampi creativi. In ambito sociale, la tassonomia diventa un atlante per leggere i movimenti

collettivi: movimenti monotoni che risalgono, rivoluzioni intermittenti che esplodono, cicli economici ricorrenti, istituzioni multistabili che abitano il tempo lungo. In ambito creativo, le cinque famiglie diventano metafore per distinguere artisti e percorsi: chi cresce senza sosta, chi ha un apice irripetibile, chi lavora per cicli, chi consolida stili, chi vive di lampi improvvisi.

Ma la portata più ampia è epistemologica. Con il P2, la Fisica Informazionale ha messo a punto un criterio universale di riconoscimento. È come aver costruito un alfabeto delle forme: non lettere arbitrarie, ma figure che esistono già, che tornano in ogni dominio, che parlano una lingua comune. Questo alfabeto consente di leggere curve biologiche, sociali, cognitive, creative con lo stesso sguardo. La diversità non viene ridotta, ma resa confrontabile. Ciò che prima era frammentato ora può dialogare.

Alla fine, ciò che resta di questo percorso è una trasformazione dello sguardo. Non basta più misurare: bisogna saper riconoscere. Non basta più descrivere numeri: bisogna leggere storie. Non basta più osservare grafici: bisogna ascoltare voci. La risoluzione del P2 ha mostrato che ogni traiettoria  $R(t)$  non è solo una curva, ma un racconto del tempo. Un racconto che può essere letto, compreso, condiviso.

Per questo, questa Appendice non chiude, ma inaugura. Inaugura un orizzonte in cui ogni curva, ogni traiettoria, ogni movimento sarà visto non più come una sequenza di punti, ma come una forma viva, parte di un linguaggio universale. Un orizzonte in cui la coerenza diventa criterio, la forma diventa voce, la tassonomia diventa grammatica. Un orizzonte in cui la Fisica Informazionale, grazie al P2, ha dato al tempo stesso una mappa e un alfabeto: una mappa per orientarsi tra le forme e un alfabeto per raccontarle.

È questo, in definitiva, il dono del P2: aver mostrato che la forma non è ornamento, ma essenza. Aver trasformato curve anonime in figure riconoscibili. Aver costruito un linguaggio che restituisce senso al movimento dell'autocoscienza. Da ora in avanti, parlare di  $R(t)$  non significherà più solo tracciare un grafico, ma riconoscere una voce, ascoltare un racconto, comprendere una coerenza.